Riccatische Differentialgleichung

Eine Differentialgleichung der Form

$$y' = a(x)y + b(x)y^2 + s(x),$$

von der eine spezielle Lösung $y_s(x)$ bekannt ist, lässt sich durch die Transformation $y(x) = z(x) + y_s(x)$ auf eine Bernouliische Differentialgleichung der Form

$$z' = p(x)z + q(x)z^2$$

zurückführen.

a) Bestimmen Sie $p(x)$ und $q(x)$ in Abhägingkeit von $a(x), b(x), s(x)$ und $y_s(x)$.

b) Bestimmen Sie eine spezielle Lösung der Riccatischen Differentialgleichung

$$y' = -\left(2x\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) y + xy^2 + \frac{3}{2\sqrt{x}} + x^2$$

mit dem Ansatz $y_s(x) = a\,x^\alpha$.

c) Transformieren Sie die Riccatische in ein Bernoullische Differentialgleichung.

d) Geben Sie die allgemeine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung an.